

## Schulinterner Arbeitsplan für die Qualifikationsphase (erhöhtes Anforderungsniveau)

*unter Berücksichtigung des Kerncurriculums für das Gymnasium - gymnasiale Oberstufe (2018)*

### Anmerkungen:

(1) Alle Einzelaspekte der prozessorientierten Kompetenzen „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ (K5) und „Kommunizieren“ (K6) treten durchweg in allen Kapiteln auf und werden deswegen hier nicht gesondert erwähnt.

(2) Auch von den anderen prozessorientierten Kompetenzen treten viele Einzelaspekte in vielen oder allen Kapiteln auf. Der besseren Lesbarkeit wegen werden jeweils nur die Kompetenzen genannt, die im Schwerpunkt in den Kapiteln auftreten.

### Themenfolge:

Semester 12.1	Kapitel 1: Integralrechnung Kapitel 2: Kurvenanpassung Kapitel 8: Zufall und Wahrscheinlichkeit
Semester 12.2	Kapitel 9: Wahrscheinlichkeitsmodelle Kapitel 10: Wahrscheinlichkeitsverteilungen (bis einschließlich Binomialverteilungen (bis 10.3)) Kapitel 5: Orientieren und Bewegen im Raum Kapitel 6: Geraden im Raum
Semester 13.1	Kapitel 7: Ebenen im Raum Kapitel 3: e-Funktionen Kapitel 4: Wachstum
Semester 13.2	Kapitel 10: Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Normalverteilungen (ab 10.4)) Kapitel 11: Beurteilende Statistik

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>1 Integralrechnung</b>				
1.1 Von der Änderung zum Bestand	<i>Von der Änderung zum Bestand – Integralrechnung</i>	<i>Algorithmus und Zahl</i>	<i>Mathematisch argumentieren</i>	ca. 9 Wochen
1.2 Von der Ableitung zur Bestandsfunktion	<i>Bestimmtes Integral</i>	• nutzen Grenzwerte bei der Bestimmung von Ableitungen und Integralen.	• erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an.	
1.3 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	• Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand (re-)konstruieren	<i>Messen</i>	• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.	
1.4 Bestände rekonstruieren	• das Integral als Grenzwert von Produktsummen beschreiben	• bestimmen Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind.	• reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit.	
1.5 Flächen berechnen	• den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch-anschaulich begründen	• berechnen bestimmte Integrale, auch mithilfe des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung.	• vergleichen und bewerten verschiedene Begründungen für einen mathematischen Sachverhalt.	
1.6 Flächen berechnen	• bestimmte Integrale berechnen	• bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten.	• reflektieren Beweisverfahren.	
1.7 Offene Flächen berechnen	• bestimmte Integrale auch im Sachzusammenhang deuten, insbesondere als (re-)konstruierten Bestand	• bestimmen Volumen von Körpern, die durch Rotation von Graphen um die x-Achse entstehen.	<i>Probleme mathematisch lösen</i>	
1.8 Volumen berechnen	• Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind, bestimmen	<i>Funktionaler Zusammenhang</i>	• wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.	
	<i>Integral- und Stammfunktionen</i>	• deuten das bestimmte Integral als aus Änderungen rekonstruierter Bestand und als Flächeninhalt.	• überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse.	
	• Integralfunktionen auch als Bestands- oder Flächeninhaltsfunktion interpretieren	• beschreiben das Integral als Grenzwert von Produktsummen.	<i>Mathematisch modellieren</i>	
	• Integral- und Stammfunktion unterscheiden	• deuten bestimmte Integrale auch im Sachzusammenhang.	• beschreiben Realsituationen durch mathematische Modelle wie z. B. durch Funktionen, ...	
	• Stammfunktionen zu Funktionen f mit $f(x) = x^n; n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1; 0\}$ , $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ angeben	• geben Stammfunktionen für die Funktionen $f(x) = x^n; n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1; 0\}$ , $f(x) = e^x$ , $f(x) = \sin(x)$ und $f(x) = \cos(x)$ an.	<i>Mathematische Darstellungen verwenden</i>	
	• Stammfunktionen ... mit Summen- und Faktorregel entwickeln.	• entwickeln Stammfunktionen mit der Kettenregel bei linearer innerer Funktion sowie mit Summen und Faktorregel.	• verwenden verschiedene Darstellungsformen von Funktionen und wechseln zwischen diesen.	
	• Stammfunktionen mithilfe der Ableitungsregeln überprüfen	• überprüfen Stammfunktionen mithilfe der Ableitungsregeln.	• begründen ihre Auswahl von Darstellungen und reflektieren allgemeine Vor- und Nachteile sowie die Grenzen unterschiedlicher Darstellungsweisen.	
	<i>Vertiefungen</i>	• begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung geometrisch anschaulich.		
	• Volumenformel für Körper, die durch Rotation eines Graphen um die x-Achse entstehen, herleiten und anwenden	• führen für ganzrationale Funktionen die Variation eines Parameters zur Anpassung an eine vorgegebene Eigenschaft durch.		
		• interpretieren Integralfunktionen auch als		

	<ul style="list-style-type: none"><li>• uneigentliche Integrale als Grenzwerte sowohl von Beständen als auch von Flächeninhalten interpretieren und bestimmen</li></ul>	<p>Bestands- und Flächeninhaltsfunktion.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• unterscheiden Integral- und Stammfunktion.</li><li>• interpretieren und bestimmen uneigentliche Integrale als Grenzwerte.</li><li>• begründen die Volumenformel für Körper, die durch Rotation von Graphen um die x-Achse entstehen und wenden diese an.</li></ul>		
--	---	---	--	--

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>2 Kurvenanpassung</b>				
2.1 Kurvenanpassung mit ganzrationalen Funktionen	<p><i>Kurvenanpassung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>den Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme erläutern und in geeigneten Fällen anwenden</li> </ul>	<p><i>Algorithmus und Zahl</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>lösen lineare Gleichungssysteme mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.</li> <li>erläutern den Gauß-Algorithmus als ein Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme und wenden ihn an.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>vertreten eigene Problemlösungen und Modellierungen.</li> </ul>	ca. 7 Wochen
2.2 Lineare Gleichungssysteme – Gauß-Algorithmus	<p><i>Kurvenanpassung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Funktionen nach globalen Eigenschaften wie Symmetrie, Verhalten für <math> x  \rightarrow \infty</math>, asymptotisches Verhalten bzw. Periodizität klassifizieren</li> </ul>	<p><i>Funktionaler Zusammenhang</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>klassifizieren Funktionen nach bestimmten globalen Eigenschaften.</li> </ul>	<p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>beschaffen zu inner- und außermathematischen Problemen die zu einer Lösung noch fehlenden Informationen.</li> <li>wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.</li> </ul>	
2.3 Funktionen aus Bedingungen bestimmen	<ul style="list-style-type: none"> <li>bei der Anpassung an Daten neben globalen Eigenschaften weitere charakteristische Merkmale von Funktionen zur Ermittlung eines geeigneten Funktionsterms nutzen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>nutzen bei der Anpassung an Daten neben globalen Eigenschaften weitere charakteristische Merkmale von Funktionen zur Ermittlung eines geeigneten Funktionsterms.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>vereinfachen durch Abstrahieren und Idealisieren Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen und reflektieren die Vereinfachungsschritte.</li> </ul>	
2.4 Modellieren mit abschnittsweise definierten Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>vorgegebene lokale Eigenschaften des Graphen einer Funktion in Bedingungen an deren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>übersetzen vorgegebene lokale Eigenschaften des Graphen in Bedingungen an den Funktionsterm und ermitteln diesen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>beschreiben Realsituationen durch mathematische Modelle ...</li> </ul>	
2.5 Stetigkeit und Differenzierbarkeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funktionsterm übersetzen und diesen ermitteln</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>nutzen Stetigkeit und Differenzierbarkeit zur Synthese und Analyse abschnittsweise definierter Funktionen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>schränken Definitionsbereiche gemäß der Modellierung sinnvoll ein.</li> </ul>	
2.6 Funktionenscharen	<ul style="list-style-type: none"> <li>Stetigkeit und Differenzierbarkeit zur Synthese und Analyse abschnittsweise definierter</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>benennen und begründen Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei Scharen ganzrationaler Funktionen ... in Abhängigkeit vom Scharparameter.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>führen Berechnungen im Modell durch.</li> </ul>	
2.7 Gebietsübergreifende Aufgaben	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funktionen nutzen</li> </ul> <p><i>Funktionenscharen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei Scharen ganzrationaler Funktionen ... in Abhängigkeit vom Scharparameter benennen und begründen</li> <li>Variationen des Scharparameters zur Anpassung an vorgegebene Eigenschaften durchführen</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>interpretieren Ergebnisse aus Modellrechnungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das Modell.</li> <li>reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen.</li> </ul>	

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
8 Zufall und Wahrscheinlichkeit				
8.1 Empirische Wahrscheinlichkeit und Laplace'sche Wahrscheinlichkeit  8.2 Baumdiagramme – das sollten Sie noch wissen  8.3 Simulation – zur Erinnerung  8.4 Das empirische Gesetz der großen Zahlen – nochmals hingeschaut		<i>Daten und Zufall</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen ... und lösen damit Problemstellungen im Kontext von Wahrscheinlichkeiten.</li> <li>• verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen.</li> </ul>	<i>Mathematisch argumentieren</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an.</li> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> </ul> <i>Probleme mathematisch lösen</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.</li> <li>• überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse.</li> </ul> <i>Probleme mathematisch lösen</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.</li> <li>• überprüfen die Plausibilität der Ergebnisse.</li> </ul> <i>Mathematische Darstellungen verwenden</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul>	ca. 2 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
9 Wahrscheinlichkeitsmodelle				
9.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit 9.2 Stochastische Unabhängigkeit 9.3 Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung 9.4 Kenngrößen: Erwartungswert und Standardabweichung	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <p><i>Bedingte Wahrscheinlichkeit und stochastische Unabhängigkeit</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Einträge in Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln nutzen, um den Begriff der bedingten Wahrscheinlichkeit zu erarbeiten und dabei zwischen bedingendem und bedingtem Ereignis unterscheiden</li> <li>• Zusammenhang zwischen Unabhängigkeit und bedingten Wahrscheinlichkeiten herstellen</li> <li>• Kausale und stochastische Unabhängigkeit voneinander abgrenzen</li> </ul> <p><i>Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Zusammenhang zwischen Kenngrößen der Häufigkeitsverteilung und Kenngrößen der Wahrscheinlichkeitsverteilung herstellen</li> <li>• Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung berechnen und interpretieren</li> <li>• faire Spiele mithilfe des Erwartungswerts kennzeichnen</li> </ul>	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und lösen damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.</li> <li>• untersuchen Teilvorgänge in mehrstufigen Zufallsexperimenten auf stochastische Unabhängigkeit.</li> <li>• stellen den Zusammenhang zwischen stochastischer Unabhängigkeit und bedingter Wahrscheinlichkeit her.</li> <li>• unterscheiden zwischen kausaler und stochastischer Unabhängigkeit.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an.</li> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren in inner- und außermathematischen Situationen mathematische Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache.</li> <li>• wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.</li> </ul> <p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vereinfachen durch Abstrahieren und Idealisieren Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen und reflektieren die Vereinfachungsschritte.</li> <li>• analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Anwendungssituationen.</li> <li>• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Realsituationen zu und reflektieren so die Universalität von Modellen.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>	ca. 4 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>10 Wahrscheinlichkeitsverteilungen (bis 10.3)</b>				
10.1 Bernoulli-Experiment und Binomialverteilung  10.2 Binomialverteilung – Histogramme und Anwendungen  10.3 Binomialverteilung - Kenngrößen und Prognoseintervalle	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <p><i>Binomialverteilung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Eignung des Modells beurteilen</li> <li>Beziehung zwischen Häufigkeitsverteilungen und Binomialverteilungen erläutern</li> <li>Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden</li> <li>Zufallsgröße sowie Parameter n und p der Binomialverteilung im Sachkontext angeben</li> <li>die Bedeutung der Faktoren im Term <math>\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}</math> erläutern</li> <li>Wahrscheinlichkeiten für binomialverteilte Zufallsgrößen berechnen</li> <li>die Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung berechnen</li> <li>die grafischen Darstellungen von Binomialverteilungen im Hinblick auf Parameter und Kenngrößen deuten</li> <li>Prognoseintervalle grafisch oder tabellarisch ermitteln und interpretieren</li> <li>die Binomialverteilung als näherungsweise Modell für weitere stochastische Situationen verwenden</li> </ul>	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erläutern und verwenden die Binomialverteilung sowie Binomialkoeffizienten.</li> <li>charakterisieren Wahrscheinlichkeitsverteilungen anhand der Kenngrößen Erwartungswert und Standardabweichung und nutzen diese bei der Binomialverteilung für Interpretationen.</li> <li>ermitteln Prognoseintervalle für Stichproben im Kontext der Binomialverteilung.</li> <li>ermitteln, ob ein vermuteter Wert für den Parameter p der Binomialverteilung mit einer vorliegenden Stichprobe verträglich ist.</li> <li>begründen die Binomialverteilung als Näherungslösung für weitere stochastische Situationen.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erkennen in Sachsituationen kausale Zusammenhänge, geben Begründungen an, überprüfen und bewerten diese.</li> <li>reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>beschaffen zu inner- und außermathematischen Problemen die zu einer Lösung noch fehlenden Informationen.</li> <li>reflektieren ihre Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Anwendungssituationen.</li> <li>analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Anwendungssituationen.</li> <li>erkennen funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen, beschreiben diese und nutzen die globalen und lokalen Eigenschaften bestimmter Funktionen sowie die Variation von Parametern zur Modellierung.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul>	ca. 4 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
5 Orientieren und Bewegen im Raum				
5.1 Orientieren im Raum - Koordinaten 5.2 Bewegen im Raum - Vektoren 5.3 Rechnen mit Vektoren 5.4 Skalarprodukt und Winkel 5.5 Nicht geometrische Vektoren (fakultativ)	<p><i>Raumanschauung und Koordinatisierung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Punkte und Vektoren in Ebene und Raum durch Tupel beschreiben</li> <li>• die bildliche Darstellung und Koordinatisierung zur Beschreibung von Punkten, Strecken, ebenen Flächen und einfachen Körpern nutzen</li> <li>• Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation von Vektoren anwenden und geometrisch veranschaulichen</li> <li>• Kollinearität zweier Vektoren überprüfen</li> </ul> <p><i>Maße und Lagen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Abstände zwischen Punkten bestimmen</li> <li>• Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion deuten und verwenden</li> <li>• Orthogonalität zweier Vektoren überprüfen</li> <li>• Winkelgrößen bestimmen</li> </ul>	<p><i>Messen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• berechnen Winkelgrößen zwischen Vektoren sowie zwischen Strecken und Geraden.</li> </ul> <p><i>Raum und Form</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen die bildliche Darstellung und Koordinatisierung zur Beschreibung von Punkten, Strecken, ebenen Flächen und einfachen Körpern.</li> <li>• wenden die Addition, Subtraktion und skalare Multiplikation von Vektoren an und veranschaulichen sie geometrisch.</li> <li>• überprüfen zwei Vektoren auf Kollinearität.</li> <li>• wenden Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten an.</li> <li>• deuten das Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an.</li> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren in inner- und außermathematischen Situationen mathematische Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache.</li> <li>• beschreiben, vergleichen und bewerten Lösungswege.</li> <li>• reflektieren und bewerten die benutzten Strategien.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden geometrische und vektorielle Darstellungsformen für geometrische Gebilde und wechseln zwischen diesen.</li> </ul>	ca. 4 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>6 Geraden im Raum</b>				
6.1 Geraden in der Ebene und im Raum 6.2 Anwendungen mit Geraden 6.3 Lagebeziehungen von Geraden 6.4 Projektionen 6.5 Geometrische Abbildungen (fakultativ)	<p><i>Raumanschauung und Koordinatisierung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>den Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme erläutern und in geeigneten Fällen anwenden</li> <li>die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form <math>\begin{pmatrix} a &amp; 1 &amp; 0 \\ b &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> beschreiben und Punktkoordinaten für Schrägbilder berechnen</li> </ul> <p><i>Maße und Lagen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Lagebeziehungen von Geraden ... untersuchen und Schnittprobleme lösen</li> </ul>	<p><i>Messen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>berechnen Winkelgrößen zwischen Vektoren sowie zwischen Strecken und Geraden.</li> </ul> <p><i>Raum und Form</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>überprüfen zwei Vektoren auf Kollinearität.</li> <li>wenden Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten an.</li> <li>beschreiben Geraden und Ebenen durch Gleichungen in Parameterform.</li> <li>untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und bestimmen Schnittpunkte.</li> <li>beschreiben die Projektion vom Raum in die Ebene mit Matrizen etwa der Form <math>\begin{pmatrix} a &amp; 1 &amp; 0 \\ b &amp; 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math> und berechnen damit Punktkoordinaten für Schrägbilder.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an.</li> <li>begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>identifizieren in inner- und außermathematischen Situationen mathematische Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache.</li> <li>beschreiben, vergleichen und bewerten Lösungswege.</li> <li>reflektieren und bewerten die benutzten Strategien.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>verwenden geometrische und vektorielle Darstellungsformen für geometrische Gebilde und wechseln zwischen diesen.</li> </ul>	ca. 4 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>7 Ebenen im Raum</b>				
7.1 Parameterform einer Ebenengleichung 7.2 Normalen- und Koordinatenform 7.3 Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene 7.4 Lagebeziehungen von Ebenen 7.5 Winkel zwischen Geraden und Ebenen 7.6 Lösen von Abstandsproblemen 7.7 Kreise und Kugeln (fakultativ)	<p><i>Raumanschauung und Koordinatisierung</i></p> <p><i>Darstellungsformen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Geraden- und Ebenengleichungen in Parameterform verwenden</li> <li>• Ebenengleichungen in Normalen- und Koordinatenform verwenden</li> <li>• zwischen den Darstellungsformen wechseln</li> </ul> <p><i>Maße und Lagen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen</li> <li>• Skalarprodukt geometrisch als Ergebnis einer Projektion deuten und verwenden</li> <li>• Orthogonalität zweier Vektoren überprüfen</li> <li>• Winkelgrößen bestimmen</li> <li>• Lagebeziehungen von Geraden, Geraden und Ebenen sowie von Ebenen untersuchen und Schnittprobleme lösen</li> <li>• den Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme erläutern und in geeigneten Fällen anwenden.</li> </ul>	<p><i>Messen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen Winkelgrößen in Ebene und Raum auch mithilfe des Skalarprodukts.</li> <li>• erläutern und nutzen Verfahren zur Berechnung von Abständen von Punkten, Geraden und Ebenen.</li> </ul> <p><i>Raum und Form</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• überprüfen zwei Vektoren auf Kollinearität.</li> <li>• wenden Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten an.</li> <li>• beschreiben Geraden und Ebenen durch Gleichungen in Parameterform.</li> <li>• untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und bestimmen Schnittpunkte.</li> <li>• beschreiben Ebenen durch Gleichungen in Normalen- und Koordinatenform.</li> <li>• wechseln zwischen den verschiedenen Darstellungsformen von Ebenen.</li> <li>• untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen sowie von Ebenen und lösen Schnittprobleme.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an.</li> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> <li>• vergleichen und bewerten verschiedene Begründungen für einen mathematischen Sachverhalt.</li> <li>• variieren Situationen, stellen Vermutungen an und untersuchen diese.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren in inner- und außermathematischen Situationen mathematische Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache.</li> <li>• beschreiben, vergleichen und bewerten Lösungswege.</li> <li>• reflektieren und bewerten die benutzten Strategien.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden geometrische und vektorielle Darstellungsformen für geometrische Gebilde und wechseln zwischen diesen.</li> </ul>	ca. 7 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>3 e-Funktionen</b>				
3.1 Neue Ableitungsregeln 3.2 Die e-Funktion 3.3 Logarithmus, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktion 3.4 Innermathematisches mit e-Funktionen	<p><i>Von der Änderung zum Bestand</i></p> <p><i>Integral und Stammfunktion</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Stammfunktion zu <math>f(x)=e^x</math> angeben</li> <li>• die ln-Funktion als eine Stamm-funktion der Funktion f mit <math>f(x) = \frac{1}{x}</math> verwenden</li> <li>• Stammfunktionen mit der Kettenregel bei linearer innerer Funktion sowie mit Summen- und Faktorregel entwickeln.</li> </ul> <p><i>Wachstumsmodelle – Exponentialfunktion</i></p> <p><i>e-Funktion</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• die Basis e durch <math>(e^x)' = e^x</math> charakterisieren</li> <li>• die Ableitungsfunktion der Funktion f mit <math>f(x) = e^x</math> und der Exponentialfunktionen g mit <math>g(x) = a^x</math> verwenden</li> <li>• Verkettung und Verknüpfung mit ganzrationalen Funktionen auch zur Modellierung in Sachsituationen beschreiben und untersuchen</li> <li>• asymptotisches Verhalten bei additiver Verknüpfung linearer Funktionen mit e-Funktionen beschreiben</li> <li>• Exponentialgleichungen lösen</li> <li>• Produkt- und Kettenregel anwenden</li> <li>• Scharparameter, auch zur Angleichung an Daten, ermitteln</li> <li>• Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei Scharen..., die durch Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen entstehen, in Abhängigkeit vom Scharparameter benennen und begründen.</li> </ul>	<p><i>Algorithmus und Zahl</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lösen Exponentialgleichungen</li> <li>• wenden Produktregel und Kettenregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an.</li> </ul> <p><i>Funktionaler Zusammenhang</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Wachstumsgeschwindigkeit beim exponentiellen Wachstum als proportional zum Bestand.</li> <li>• charakterisieren die Basis e durch <math>(e^x)' = e^x</math> verwenden die Ableitungsfunktion der Funktion f mit <math>f(x) = e^x</math> und der Exponentialfunktionen g mit <math>g(x) = a^x</math></li> <li>• benennen und begründen Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei Scharen ganzrationaler Funktionen und bei Scharen, die durch Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen entstehen, in Abhängigkeit vom Scharparameter.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> <li>• reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit.</li> <li>• vertreten eigene Problemlösungen und Modellierungen.</li> <li>• variieren vorgegebene mathematische Probleme und untersuchen die Auswirkungen auf die Problemlösung.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen digitale Mathematikwerkzeuge beim Problemlösen zielgerichtet, auch zur Unterstützung beim systematischen Probieren.</li> <li>• reflektieren ihre Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vereinfachen durch Abstrahieren und Idealisieren Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen und reflektieren die Vereinfachungsschritte.</li> <li>• beschreiben Realsituationen durch mathematische Modelle ...</li> <li>• führen Berechnungen im Modell durch.</li> <li>• interpretieren Ergebnisse aus Modellrechnungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das Modell.</li> <li>• reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene Darstellungsformen von Funktionen und wechseln zwischen diesen.</li> </ul>	ca. 3 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
4 Wachstum				
4.1 Exponentielles Wachstum 4.2 Begrenzttes Wachstum 4.3 Logistisches Wachstum 4.4 Modelle mit e-Funktionen 4.5 Phasendiagramme (fakultativ)	<p><i>Wachstumsmodelle – Exponential-funktion</i></p> <p><i>Untersuchung von Wachstums-prozessen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begrenztes und logistisches Wachstum beschreiben, auch als Verkettung und Verknüpfung von Funktionen</li> <li>• verschiedene Wachstumsmodelle vergleichen</li> <li>• asymptotisches Verhalten im Sachzusammenhang beschreiben</li> <li>• Modelle mithilfe zugehöriger Differentialgleichungen beschreiben und mögliche Lösungsfunktionen überprüfen</li> </ul> <p><i>e-Funktionen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lösungsfunktionen von Differentialgleichungen durch Einsetzen überprüfen</li> </ul>	<p><i>Algorithmus und Zahl</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lösen Exponentialgleichungen.</li> <li>• wenden Produktregel und Kettenregel zur Berechnung von Ableitungsfunktionen an.</li> <li>• überprüfen die Lösungsfunktionen von Differentialgleichungen für Wachstumsmodelle durch Einsetzen in die Differentialgleichung</li> </ul> <p><i>Funktionaler Zusammenhang</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben die Wachstumsgeschwindigkeit beim exponentiellen Wachstum als proportional zum Bestand.</li> <li>• beschreiben das asymptotische Verhalten des begrenzten Wachstums.</li> <li>• benennen und begründen Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei Scharen ganzrationaler Funktionen und bei Scharen, die durch Verknüpfungen und Verkettungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen entstehen, in Abhängigkeit vom Scharparameter.</li> <li>• beschreiben begrenztes und logistisches Wachstum, auch als Verkettung und Verknüpfung von Funktionen.</li> <li>• vergleichen die bereits bekannten Wachstumsmodelle und das des logistischen Wachstums untereinander.</li> <li>• beschreiben und untersuchen Verkettungen und Verknüpfungen der e-Funktion mit ganzrationalen Funktionen auch zur Modellierung in Sachsituationen.</li> <li>• beschreiben das asymptotische Verhalten bei additiver Verknüpfung der e-Funktion mit linearen Funktionen.</li> <li>• ermitteln Scharparameter, auch zur Angleichung an Daten.</li> <li>• führen die Variation des Scharparameters zur Anpassung an vorgegebene Eigenschaften durch.</li> <li>• beschreiben Wachstumsmodelle mithilfe der zugehörigen Differentialgleichungen und überprüfen mögliche Lösungsfunktionen.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> <li>• reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit.</li> <li>• vertreten eigene Problemlösungen und Modellierungen.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• nutzen digitale Mathematikwerkzeuge beim Problemlösen zielgerichtet, auch zur Unterstützung beim systematischen Probieren.</li> <li>• reflektieren ihre Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vereinfachen durch Abstrahieren und Idealisieren Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen und reflektieren die Vereinfachungsschritte.</li> <li>• beschreiben Realsituationen durch mathematische Modelle ...</li> <li>• führen Berechnungen im Modell durch.</li> <li>• interpretieren Ergebnisse aus Modellrechnungen in der Realsituation und modifizieren ggf. das Modell.</li> <li>• reflektieren die Grenzen von Modellen und der mathematischen Beschreibung von Realsituationen.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden verschiedene Darstellungsformen von Funktionen und wechseln zwischen diesen.</li> </ul>	ca. 4 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>10 Wahrscheinlichkeitsverteilungen (ab 10.4)</b>				
10.4 Stetige Zufallsgrößen und Normalverteilung  10.5 Normalverteilung – Anwendungen, Sigma-Regeln  10.6 Normalverteilung und Binomialverteilung  10.7 Hypergeometrische Verteilung (fakultativ)	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <p><i>Normalverteilung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden</li> <li>• Notwendigkeit von Histogrammen erläutern</li> <li>• Parameter der Normalverteilung erläutern und in Sachkontexten nutzen</li> </ul> <p><i>Binomial- und Normalverteilung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Angemessenheit der Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung beurteilen</li> </ul>	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• unterscheiden zwischen diskreten und stetigen Zufallsgrößen sowie zwischen Säulendiagrammen und Histogrammen.</li> <li>• nutzen den Erwartungswert und die Standardabweichung einer normalverteilten Zufallsgröße für Interpretationen.</li> <li>• beurteilen die Approximierbarkeit der Binomialverteilung durch die Normalverteilung.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erkennen in Sachsituationen kausale Zusammenhänge, geben Begründungen an, überprüfen und bewerten diese.</li> <li>• reflektieren und bewerten Argumentationen und Begründungen auf Schlüssigkeit und Angemessenheit.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschaffen zu inner- und außermathematischen Problemen die zu einer Lösung noch fehlenden Informationen.</li> <li>• reflektieren ihre Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• wählen, variieren und verknüpfen Modelle zur Beschreibung von Anwendungssituationen.</li> <li>• analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Anwendungssituationen.</li> <li>• erkennen funktionale Zusammenhänge in Anwendungssituationen, beschreiben diese und nutzen die globalen und lokalen Eigenschaften bestimmter Funktionen sowie die Variation von Parametern zur Modellierung.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul>	ca. 3 Wochen

	Lernbereich (KC 3.3)	Inhaltsbezogene Kompetenzen (KC 3.2)	Prozessbezogene Kompetenzen (KC 3.1)	Geplante Zeit
<b>11 Beurteilende Statistik</b>				
11.1 Entscheiden mit Prognoseintervallen  11.2 Konfidenzintervalle – Schätzen von Wahrscheinlichkeiten  11.3 Testen von Hypothesen (fakultativ)	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <p><i>Binomialverteilung</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prognoseintervalle auch mithilfe von <math>\sigma</math>-Umgebungen für Anteile berechnen und interpretieren</li> <li>• Konfidenzintervalle für den Parameter <math>p</math> der Binomialverteilung ermitteln und interpretieren</li> <li>• die Intervallgrenzen von Konfidenzintervallen als zufällige Größen erläutern</li> <li>• die Sicherheitswahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit deuten, mit der die Konfidenzintervalle bei Verwendung der Normalverteilung den wahren Wert überdecken</li> <li>• exemplarisch stochastische Situationen simulieren, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen, um Näherungslösungen in komplexeren Situationen zu erhalten</li> </ul>	<p><i>Daten und Zufall</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und lösen damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten.</li> <li>• untersuchen Teilvorgänge in mehrstufigen Zufallsexperimenten auf stochastische Unabhängigkeit.</li> <li>• berechnen Prognoseintervalle für eine binomialverteilte Zufallsgröße mithilfe der Approximation durch die Normalverteilung.</li> <li>• berechnen Konfidenzintervalle für den Parameter <math>p</math> und zu einer vorgegebenen Sicherheitswahrscheinlichkeit einer binomial-verteilten Zufallsgröße mithilfe der Approximation durch die Normalverteilung.</li> <li>• verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen, die sich annähernd durch die Normalverteilung beschreiben lassen.</li> </ul>	<p><i>Mathematisch argumentieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erläutern in inner- und außermathematischen Situationen Strukturen und Zusammenhänge und stellen darüber Vermutungen an</li> <li>• begründen oder widerlegen Aussagen in angemessener Fachsprache mit mathematischen Mitteln und reflektieren die Vorgehensweise.</li> </ul> <p><i>Probleme mathematisch lösen</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• identifizieren in inner- und außermathematischen Situationen mathematische Probleme, formulieren diese mit eigenen Worten und in mathematischer Fachsprache.</li> <li>• wählen geeignete heuristische Strategien zum Problemlösen aus und wenden diese an.</li> </ul> <p><i>Mathematisch modellieren</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• vereinfachen durch Abstrahieren und Idealisieren Realsituationen, um sie einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu machen und reflektieren die Vereinfachungsschritte.</li> <li>• analysieren und bewerten verschiedene Modelle im Hinblick auf die Anwendungssituationen.</li> <li>• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Realsituationen zu und reflektieren so die Universalität von Modellen.</li> </ul> <p><i>Mathematische Darstellungen verwenden</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stellen Zufallsexperimente auf verschiedene Weise dar und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten.</li> </ul>	ca. 3 Wochen